

ANÁLISE DE PÓRTICOS PLANOS EM TEORIA DE SEGUNDA ORDEM (II)**Prof. M.Sc. ISMAEL WILSON CADAMURO JR**Professor da UEM – Universidade Estadual de Maringá
ismaelwilson@yahoo.com.br**Prof. Dr. FÁBIO ARMANDO BOTELHO CORDOVIL**Professor da UEM – Universidade Estadual de Maringá
fabcordovil@uem.br**RESUMO**

O presente trabalho, dividido em duas partes, trata da análise de pórticos planos em teoria de segunda ordem. Nesta segunda parte do trabalho, a análise de pórticos com elementos baseados no modelo deduzido anteriormente é conseguida utilizando-se a Formulação Lagrangeana para a descrição do movimento, implementada através de um procedimento iterativo para a resolução do sistema não-linear que surge. Os resultados de exemplos numéricos, obtidos com a implementação computacional do procedimento iterativo aqui desenvolvido, são confrontados com os de outros trabalhos.

1. INTRODUÇÃO

Como o presente trabalho trata da análise de pórticos planos em teoria elástica linear de segunda ordem, há a Não-Linearidade Geométrica. Sendo o problema de natureza não-linear, não é válido o princípio da superposição de efeitos (básico na análise linear de estruturas), uma vez que passam a não mais existir relações lineares entre ações e deslocamentos na estrutura. Como consequência, chega-se a conclusão de que, pelo menos de uma forma imediata, tornar-se-ia inviável a utilização do método dos deslocamentos na análise de pórticos planos em teoria de segunda ordem. Em verdade, estamos diante de um problema cuja solução exata seria extremamente difícil de ser obtida.

Nesta segunda parte do trabalho, mostra-se o desenvolvimento de um procedimento para a resolução do sistema não-linear de equações obtido, CORRÊA (1991). Os resultados de alguns exemplos numéricos, resolvidos com a implementação computacional do modelo, são expostos e confrontados com os de outros trabalhos.

2. PROCEDIMENTO ITERATIVO PARA A ANÁLISE NÃO-LINEAR

O artifício normalmente utilizado para contornar o problema da não-linearidade consiste na substituição do cálculo não-linear por uma sucessão de cálculos lineares em que, no decorrer de cada etapa de análise, as características não-lineares de que depende o problema são mantidas constantes para, posteriormente, com base nos resultados obtidos, serem modificadas e utilizadas no passo seguinte. Desta forma, cada etapa de cálculo constituindo-se numa análise linear, torna-se válida a aplicação do princípio da superposição de efeitos e, consequentemente, viável a utilização do método dos deslocamentos.

Acrescente-se que, resta substituição do cálculo não-linear por uma série de análises linea-

res, basicamente podem ser utilizadas duas técnicas: as técnicas iterativas e as técnicas incrementais. Neste trabalho, em particular, é utilizado um processo iterativo, em que o cálculo linear é repetido tantas vezes quantas forem necessárias até que, em dois passos consecutivos, os resultados obtidos sejam os mesmos, a menos de uma certa tolerância pré-estabelecida.

Como se observa na formulação deduzida na primeira parte deste trabalho (veja a equação 31), a força axial P pode ser encarada como um parâmetro que afeta os termos da matriz de rigidez de um elemento, uma vez que os coeficientes " s ", " c " e " m " são funções de P . Na análise de pórticos planos, as forças axiais normalmente não são conhecidas de início. Para o primeiro ciclo de cálculo faz-se, então, uma estimativa para P em todos os elementos ($P=0$, em geral). Visando a próxima etapa de análise, corrigem-se os termos das matrizes de rigidez dos elementos tomando-se por base os valores obtidos para as forças axiais no passo anterior, e assim por diante. $P_i = P_{i-1}$

Após se dividir a estrutura em elementos, com vista à primeira etapa de cálculo, faz-se uma estimativa da intensidade das forças axiais em todos os elementos da estrutura. Efetivamente, considera-se $P=0$ em todos os elementos. Em seguida, deve-se estabelecer uma matriz de rigidez $[r]$ para cada elemento da estrutura. Para tal, necessitam ser determinados os coeficientes " s ", " c " e " m ", funções da força P . É de se notar que, sendo nulo o valor da força axial para este primeiro ciclo, tem-se sempre $s=4$, $c=0,5$ e $m=12$. Uma vez estabelecidas as matrizes de rigidez dos elementos $[r]$, seguindo-se o esquema usualmente empregado numa análise pelo método dos deslocamentos, são determinados as ações e os deslocamentos nas extremidades dos elementos. Nesta altura, pode-se considerar como encerrada a primeira etapa de análise.

Para o segundo passo de cálculo, a matriz de rigidez $[r]$, para um elemento genérico, deve ser instituída de acordo com o procedimento exposto na primeira parte deste trabalho, utilizando-se, para tal, os esforços solicitantes calculados na etapa anterior. Assim, a matriz $[r]$ pode ser novamente instituída, ressaltando-se que os coeficientes " s ", " c " e " m " devem ser avaliados em função da força axial obtida para o elemento na etapa anterior da análise. Uma vez estabelecidas as diversas matrizes de rigidez $[r]$, determina-se outra vez as ações e deslocamentos nas extremidades dos elementos e uma nova etapa de análise deve ser iniciada a partir destes resultados.

Obedecendo-se sempre à mesma seqüência de operações, repete-se o cálculo linear tantas vezes quantas forem necessárias até que, em dois passos consecutivos, se obtenham os mesmos resultados, a menos de um erro pré-fixado. Para calcular o carregamento crítico de pórticos (problema de 1ª espécie), deve-se arbitrar carregamentos (processo incremental) e realizar o processo iterativo descrito acima para verificar se o pórtico é ou não estável para o carregamento arbitrado.

3. ROTEIRO DE CÁLCULO DO PROCEDIMENTO ITERATIVO

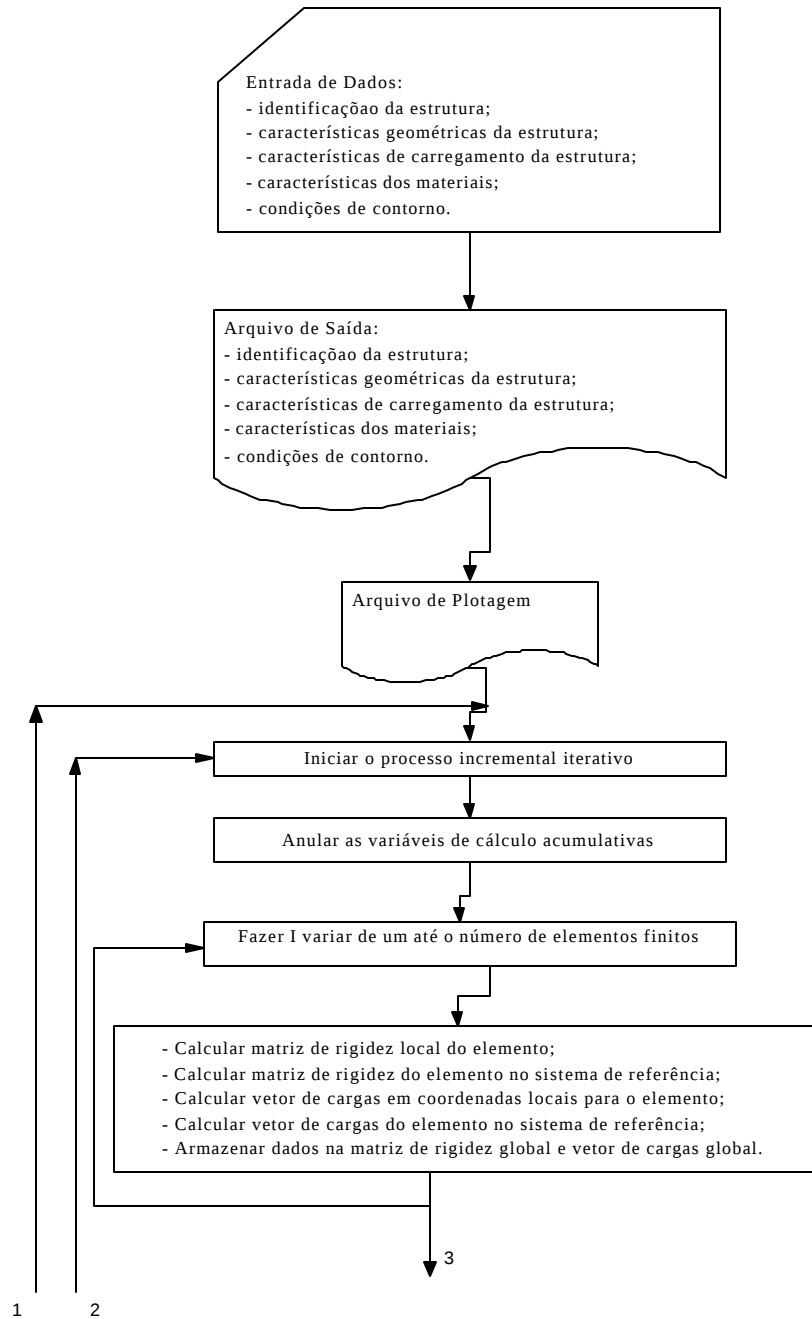
A seguir, encontra-se o roteiro do processo iterativo exposto no item anterior:

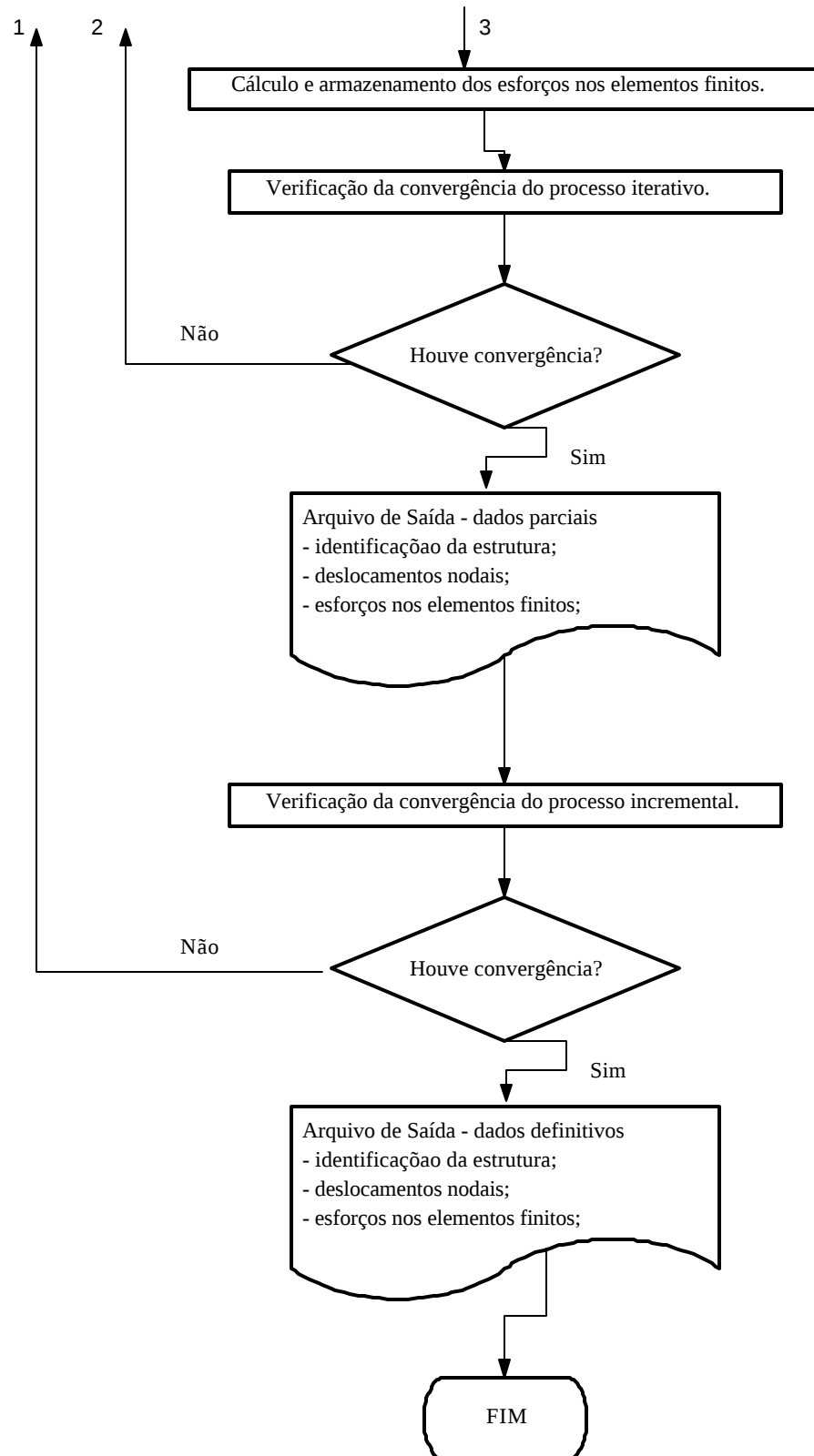
- a) arbitra-se $P=0$ em todos os elementos do pórtico
- b) calcula-se as matrizes de rigidez de todos os elementos
- c) resolve-se a estrutura (calcula-se os deslocamentos e esforços de todos os elementos)
- d) com os esforços calculados (P), calcula-se novamente as matrizes de rigidez de todos os elementos

- e) resolve-se a estrutura (calcula-se os deslocamentos e esforços de todos os elementos)
- f) volta-se ao passo d até que $P_i = P_{i-1}$ (por exemplo, se a norma euclidiana do vetor de forças axiais calculadas na iteração i for igual, a menos de uma certa tolerância, à calculada na iteração anterior).

4. IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL DO PROCEDIMENTO ITERATIVO

O procedimento iterativo exposto nos itens anteriores foi implementado computacionalmente utilizando-se a linguagem FORTRAN POWER STATION 4, dando origem ao programa PINST12. A seguir, encontra-se o fluxograma de tal programa.

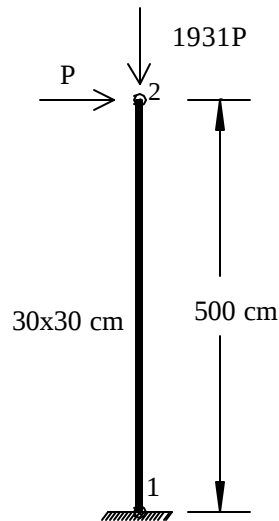




5. APLICAÇÕES NUMÉRICAS

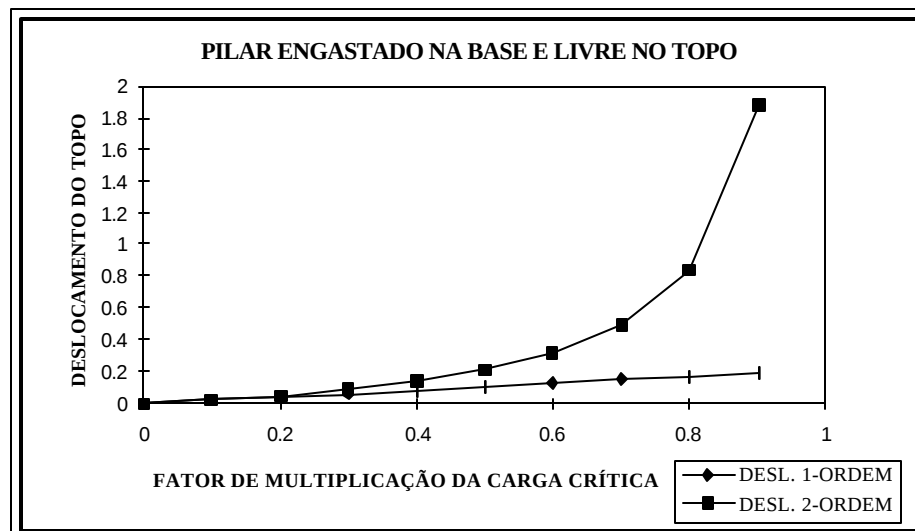
5.1. EXEMPLO 1

Calcular a carga crítica do pilar dado abaixo.

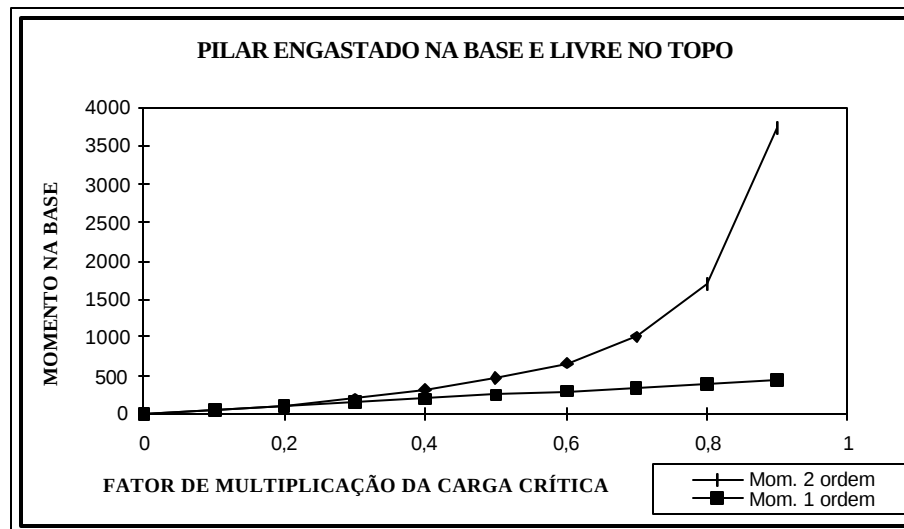


O valor da carga crítica determinado pelo programa PINST12 coincide com o valor da carga crítica de Euler.

O gráfico a seguir representa o deslocamento da estrutura com o incremento de carga, podendo perceber através deste o comportamento não-linear da estrutura.

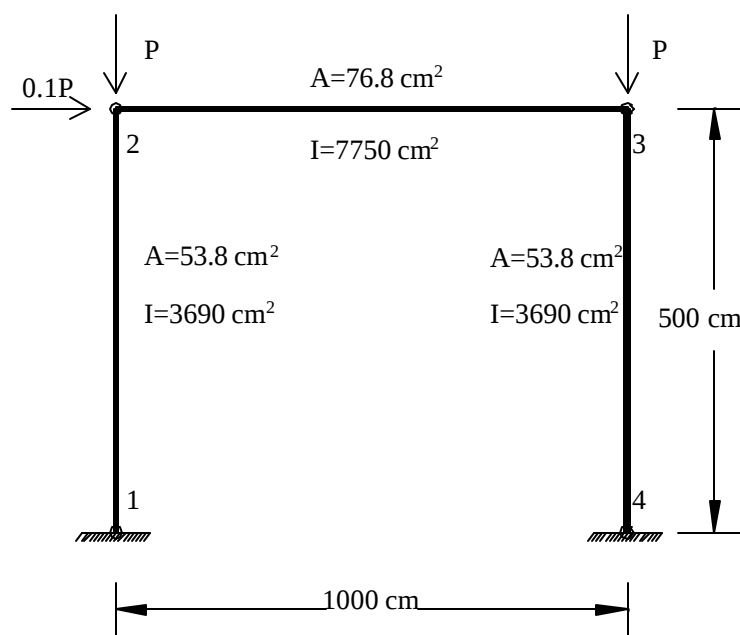


No gráfico a seguir pode-se observar a diferença entre os momentos fletores considerando a teoria de primeira ordem e os momentos fletores considerando a teoria de segunda ordem.



5.2. EXEMPLO 2

Calcular a carga crítica do pórtico abaixo.



O valor da carga crítica teórica deste pórtico, segundo LAVALL (1988), é

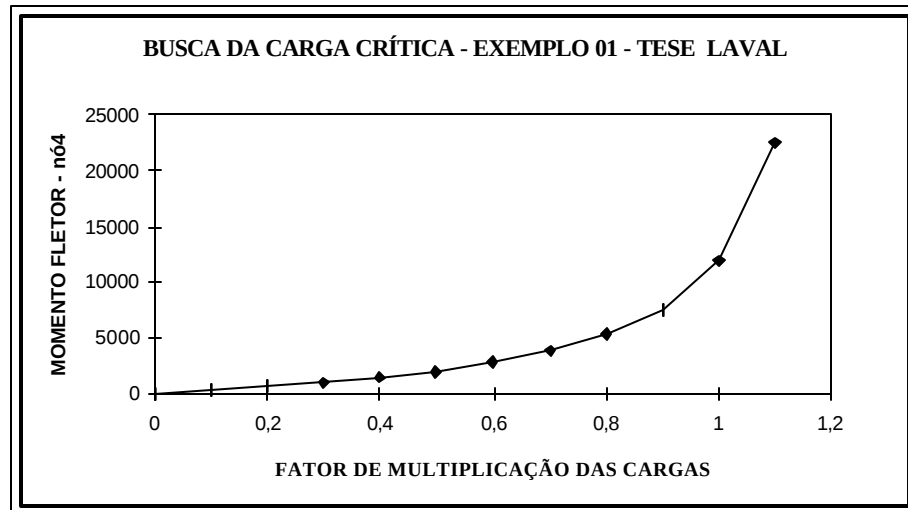
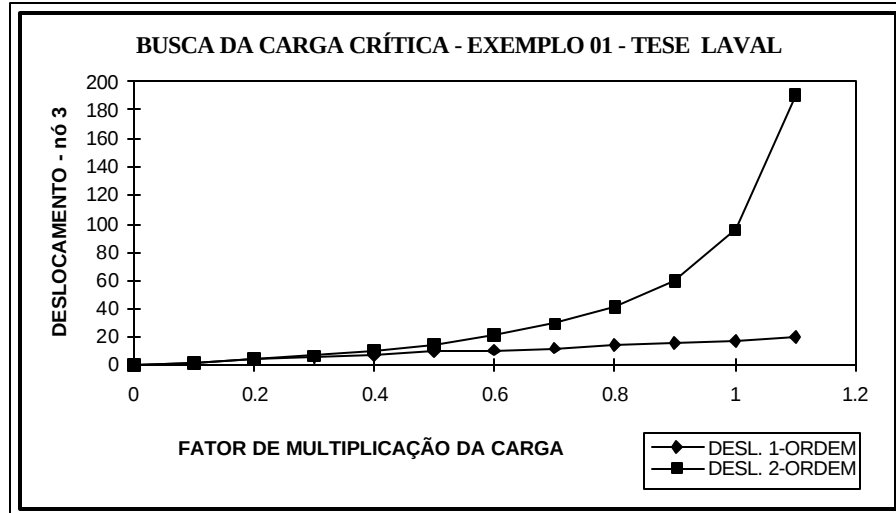
$$P_{\text{crit.}} = 1,236.P = 232,739.$$

O resultado apresentado pelo programa PINST12 para uma tolerância de 0,1% foi

$$P_{\text{crit.}} = 1,194.P = 224,768.$$

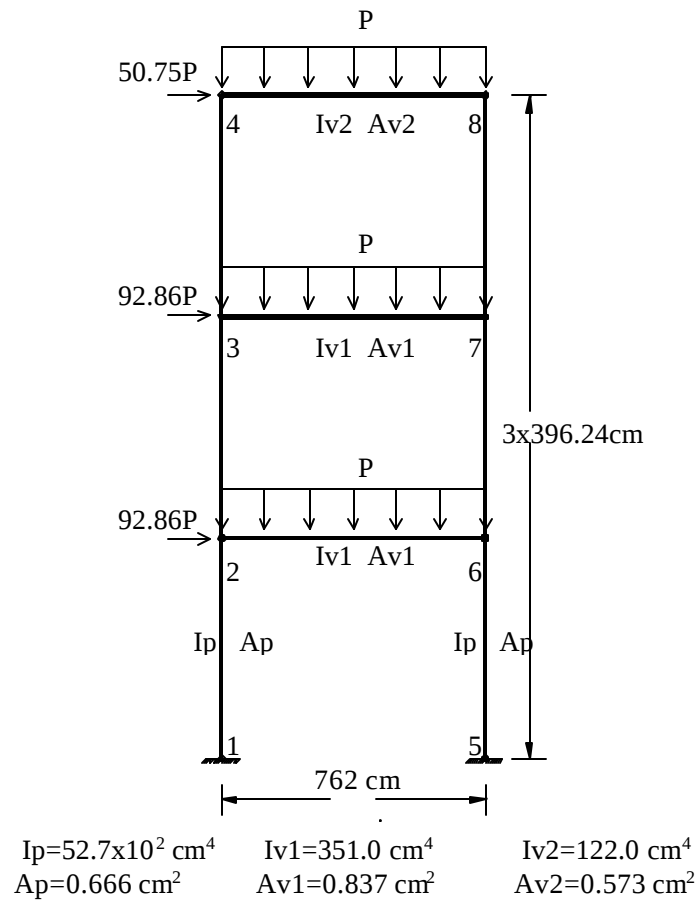
Os valores foram comparados com os obtidos por LAVALL (1988), apresentando coincidência com os resultados obtidos.

O gráfico a seguir representa o deslocamento da estrutura com o incremento de carga, podendo perceber através deste o comportamento não-linear da estrutura.

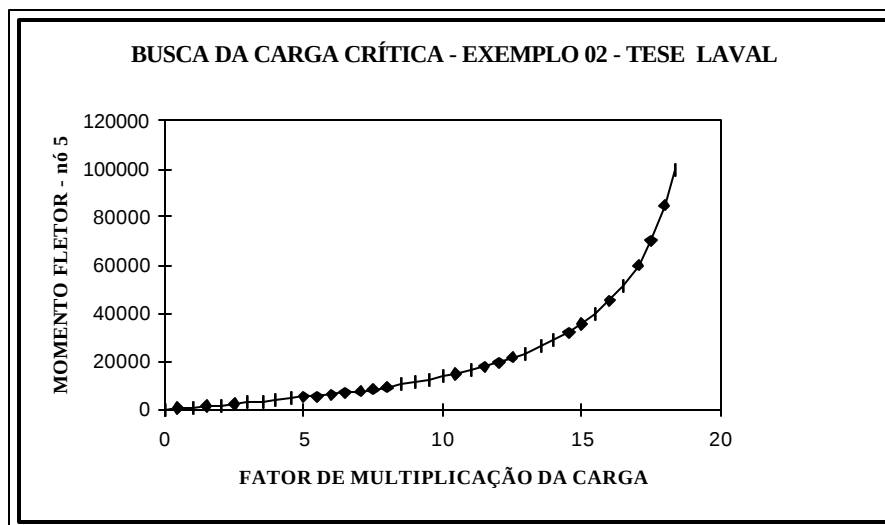
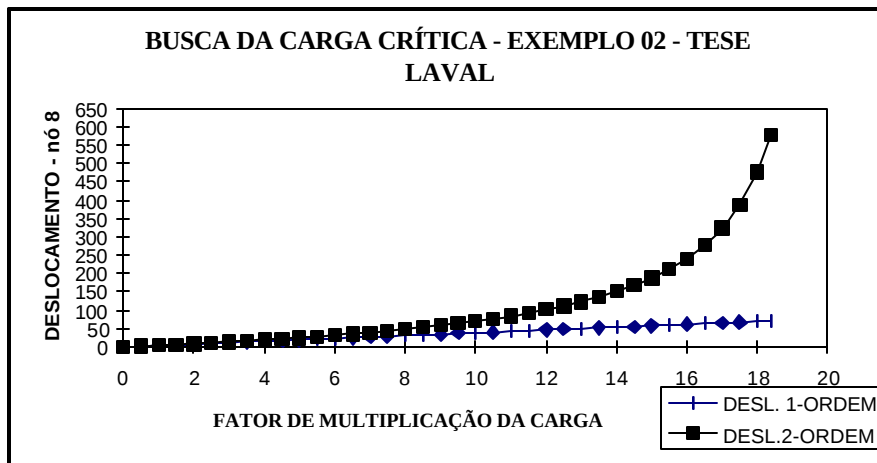


5.3. EXEMPLO 3

Calcular a carga crítica do pórtico a seguir.



O gráfico a seguir representa o deslocamento da estrutura com o incremento de carga, podendo perceber através deste o comportamento não-linear da estrutura.



6. CONCLUSÃO

Além dos resultados satisfatórios referentes à comparação com outros trabalhos, numerosos outros testes efetuados permitem concluir que o programa elaborado está em condições de ser utilizado em análises relativas ao comportamento de pórticos planos em teoria elástica linear de segunda ordem.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALLEN, H. G. ; BULSON, P. S. (1980). *Background to buckling*. London, McGraw-Hill.

ANTUNES, H. M. C. C. (1972). *Instabilidade elástica de estruturas lineares planas usuais*. São Carlos. Dissertação (mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

CADAMURO JR, I. W. (2003). *Análise de pórticos planos em teoria de segunda ordem (i)*. ENTECA 2003 - Encontro Tecnológico da Engenharia Civil e Arquitetura de Maringá, Anais.

CADAMURO JR, I. W.; BOTELHO CORDOVIL, F. A. (2001). *Sobre modelos mecânicos para projetos estruturais (i)*.

ENTECA 2001 - Encontro Tecnológico da Engenharia Civil e Arquitetura de Maringá, Anais.

CADAMURO JR, I. W.; BOTELHO CORDOVIL, F. A. (2001). *Sobre modelos mecânicos para projetos estruturais (ii)*. ENTECA 2001 - Encontro Tecnológico da Engenharia Civil e Arquitetura de Maringá, Anais.

CADAMURO Jr., I. W. (1996). *Dimensionamento à flexão composta oblíqua de pilares esbeltos de concreto armado com seção qualquer*. Dissertação de mestrado, EESC-USP.

CORRÊA, M. R. S. (1991). *Aperfeiçoamento de modelos usualmente empregados no projeto de sistemas estruturais de edifícios*. Tese de doutoramento. EESC-USP.

CORRÊA, M. R. S.; RAMALHO, M. A. (1995). *Modelos numéricos para análise estrutural de edifícios*. In: Seminário sobre Não-Linearidade Física e Geométrica das Estruturas de Concreto, Ibracon. São Paulo.

FIGUEIREDO, R. G. (1972). *Sobre a instabilidade elástica de pórticos tridimensionais de edifícios*. São Carlos. Tese (doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

GALAMBOS, T. V. (1968). *Structural members and frames*. Englewood Cliffs, NJ, Prentice-Hall.

GARCIA, L. F. T. (1974). *Análise não-linear de pórticos planos de concreto armado*. Rio de Janeiro. Dissertação (mestrado) - COPPE.

GARCIA, L. F. T.; TELLES, J. C. F. (1976). *Estudo teórico do comportamento não-linear de pórticos planos de concreto armado*. Revista Estrutura, n. 76.

KALYANARAMAN, V. (1984). *P-delta analysis of tall buildings*. In: SEMINAR OF TALL STRUCTURES AND USE OF PRESTRESSED CONCRETE IN HYDRAULIC STRUCTURES, Srinagar, India.

LAVALL A. C. C. (1996). *Uma formulação consistente para análise não-linear de pórticos planos de aço considerando imperfeições iniciais e tensões residuais*. São Carlos. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

LAVALL, A. C. C. (1988). *Análise elástica em segunda-ordem de pórticos planos metálicos*. São Carlos. Dissertação (mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

MACGREGOR, J. G.; HAGE, S. E. (1970). *Stability analysis and design of concrete frames*. Journal of the Structural Division, ASCE, n. 103, oct.

PETROLITO, J. ; LEGGE, K. A. (1996). *Unified stability model of space frames*. Computers & Structures, v.60, n.1, may.

PIMENTA, P. M. (1986a). *Análise não-linear de pórticos planos*. São Paulo, EPUSP (Boletim Técnico do Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações, 8611).

PIMENTA, P. M. (1986b). *Aspectos da análise não-linear de estruturas reticuladas*. In: Congresso Latino-Americano Sobre Métodos Computacionais para a Engenharia, 7. São Carlos.

PIMENTA, P. M. (1989a). *Derivation of tangent stiffness matrices of simple finite elements, I. Straight bar elements*. São Paulo, EPUSP (Boletim Técnico do Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações, 8912).

PIMENTA, P. M. (1989b). *Nonlinear analysis of plane frames, I. Quasi-static analysis of plane frames with initially curved members*. São Paulo, EPUSP (Boletim Técnico do Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações, 8910).

PIMENTA, P. M.; SOLER, J. G. M. (1989). *Estabilidade de pórticos planos de concreto armado*. In: Simpósio EPUSP sobre Estruturas de Concreto, 1., São Paulo. Anais.

PIMENTA, P. M.; YOJO, T. (1992). *Análise geometricamente exata de pórticos espaciais através do método dos elementos finitos*. In: XII CILAMCE. Anais.

PIMENTA, P. M.; YOJO, T. (1993). *Geometrically exact analysis of spacial frames with considerations of torsion warping*. In: XII CILAMCE. Anais.

PROENCA, S. P. B. (1988). *Sobre modelos matemáticos do comportamento não-linear do concreto: análise crítica e contribuições*. Tese de doutorado, EESC-USP.

RODRIGUES, R. O. (1996). *Análise não-linear estática e dinâmica de pórticos de concreto armado*. Tese de doutorado. EESC-USP.

TELLES, J. C. F. (1976). *Análise do comportamento não-linear geométrico e físico de pórticos planos de concreto armado*. Rio de Janeiro. Dissertação (mestrado) - COPPE.