

DEFINIÇÃO DE EXPRESSÕES VISANDO RELACIONAR f'_c e f_{ck} **Rafael Alves de Souza**

Universidade Estadual de Maringá

Túlio Nogueira Bittencourt

Universidade de São Paulo

RESUMO

A distribuição estatística da resistência característica à compressão do concreto adotada pela NBR6118 (2003) é diferente da distribuição estatística adotada pela norma americana ACI-318 (1997). Dessa maneira, podem surgir algumas dúvidas e dificuldades em projetos estruturais ou em comparações de resultados experimentais que considerem estas duas normas. O presente trabalho tem por objetivo estabelecer relações simples que propiciem a imediata correspondência entre a resistência característica à compressão, f_{ck} , da NBR6118 (2003) e a resistência característica à compressão, f'_c , da norma americana ACI-318 (1997).

1. INTRODUÇÃO

A resistência à compressão de um concreto que foi utilizado na construção de uma estrutura ou de partes desta estrutura pode não possuir um valor único. Geralmente admite-se que essa resistência seja formada por um “universo amostral” constituído de um número infinito de valores.

Através da experiência tem-se observado que a produção de concreto sob condições uniformes apresenta uma distribuição normal (distribuição de Gauss), conforme ilustra a Figura 1. A resistência à compressão pode ser então representada por dois parâmetros principais que são a média e o desvio padrão.

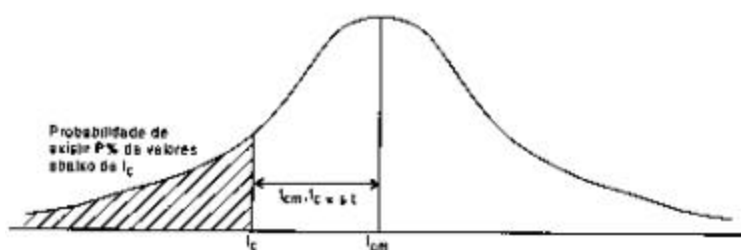


Figura 1: Distribuição normal de resistências à compressão do concreto
(Fonte: CERQUEIRA (2000))

De acordo com CERQUEIRA (2000), uma resistência qualquer f_c corresponde a uma probabilidade de existir P% de valores abaixo de f_{fm} . Dessa maneira, a diferença entre f_{fm} e f_c é igual ao produto $s.t$, em que “s” é o desvio padrão e “t” um coeficiente que depende da probabilidade de P%, conforme a Tabela 1.

Tabela 1: Coeficiente “t” para diferentes probabilidades P%

P%	25	20	15	10	5	1	0,1
“t”	0,674	0,842	1,036	1,282	1,645	2,326	3,1

O desvio padrão “s” é obtido através da equação (1):

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (f_{ci} - f_{cm})^2}{n-1}} \quad (1)$$

Onde:

f_{cm} = Resistência média à compressão dos corpos-de-prova na idade considerada;

f_{ci} = Valor unitário da resistência à compressão de cada corpo-de-prova;

i = Índice do valor unitário correspondente;

n = Número de corpos-de-prova;

s = Desvio padrão da amostra.

Pode-se, portanto, obter o valor de f_c através da aplicação da equação (2), sendo os valores de “t” dados de acordo com a Tabela 1:

$$f_c = f_{cm} - st \quad (2)$$

Visando facilitar o emprego do concreto e sistematizar o cálculo de estruturas moldadas com este material, os códigos correntes reduziram os dois parâmetros de distribuição comentados anteriormente (média e desvio padrão) por um único valor, denominado de resistência característica à compressão.

A resistência característica à compressão do concreto, normalmente especificada em projetos, é representada na NBR6118 (2003) pela notação de f_k e na norma americana ACI-318(1997) pela notação de f'_c .

2. CONTROLE ESTATÍSTICO EFETUADO PELA NBR6118 (2003)

A NBR6118 (2003) considera o parâmetro f_k como sendo o valor da resistência à compressão, abaixo da qual só exista a probabilidade de existência de 5% de valores inferiores a este valor.

A determinação de uma equação para a resistência característica adotada pela NBR6118 (2003) pode ser feita tomando-se o valor de $t = 1,645 \approx 1,65$ na Tabela 1, correspondente a probabilidade $P = 5\%$:

$$f_{ck} = f_{cm} - 1,65.s \quad (3)$$

A NBR12655 (1995) determina que o controle de aceitação do concreto deve ser feito dividindo-se a estrutura em pequenos trechos, denominados lotes. De cada lote deve-se retirar uma amostra de no mínimo seis exemplares para os concretos até a classe C50 e de 12 exemplares para as classes superiores a C50.

Cada exemplar é constituído por dois corpos-de-prova da mesma betonada, para cada idade de rompimento e moldados no mesmo ato. A resistência do exemplar de cada idade é considerada aquela de maior valor obtido no ensaio.

Adicionalmente, a NBR12655 (1995) especifica dois tipos de controle da resistência do concreto: o controle estatístico por amostragem parcial e o controle por amostragem total. Para cada um destes tipos de controle, aplicam-se formas de cálculos diferentes para se determinar o valor estimado da resistência característica de cada lote, designada por $f_{ck,est}$. Para lotes com $n \geq 20$ o valor de $f_{ck,est}$ é dado por:

$$f_{ck,est} = f_{cm} - 1,65.s \quad (4)$$

3. CONTROLE ESTATÍSTICO EFETUADO PELO ACI-318 (1997)

De acordo com o ACI-318 (1997), item 5.3.1, para se determinar o desvio padrão de uma betonada de concreto, devem ser feitos pelo menos 30 ensaios consecutivos ou dois grupos de ensaios totalizando 30 testes. A resistência à compressão de um teste é igual a média da resistência de dois corpos-de-prova cilíndricos feitos com a mesma amostra de concreto e testado aos 28 dias.

Quando a produção de concreto não permite o enquadramento nas condições anteriormente especificadas, mas possui uma série de dados baseados num intervalo de 15 a 29 testes consecutivos, o desvio padrão é estabelecido como sendo o produto do desvio padrão convencional dado na equação (1) pelo fator de modificação apresentado na Tabela 2.

Tabela 2: Fator de Modificação para $n < 30$

Número de Testes	Fator de Modificação
< 15	Tabela 3
15	1,16
20	1,08
25	1,03
≥ 30	1,00

Para os casos com $n > 30$ e $15 < n < 29$ a resistência média, f'_{cr} , é o maior valor obtido entre as seguintes expressões:

$$f'_{cr} = f'_c + 1,34.s \quad (5)$$

$$f'_{cr} = f'_c + 2,33.s - 3,45 \quad (6)$$

De acordo com o item 5.3.2.1, a equação (6) garante uma probabilidade de 1% de que a média de três testes consecutivos será inferior a resistência especificada f'_c . A equação (7) garante uma probabilidade similar em testes individuais com mais 3,45 MPa abaixo da resistência especificada

f'_c . Estas equações assumem que o desvio padrão utilizado é igual ao valor de uma população tendendo ao infinito ou de um número muito grande de ensaios.

De acordo com o ACI-318 (1997), item 5.6.2.3, o nível de resistência de uma classe individual de concreto será considerado satisfatório se ambos critérios descritos a seguir forem satisfeitos:

- a) Qualquer média aritmética de três ensaios consecutivos for igual ou maior do que f'_c ;
- b) Nenhum ensaio de resistência individual (média de dois cilindros) romper com valor inferior a $f'_c - 3,45$ (MPa).

Quando a produção de concreto não se enquadra nos itens anteriores, ou seja, quando só é possível chegar ao máximo de 15 testes para o cálculo do desvio padrão, a resistência média, f'_{cr} será determinada através da Tabela 3.

Tabela 3: Resistência média à compressão a ser adotada quando não existem dados suficientes para se estabelecer o desvio padrão ($n < 15$)

Resistência Característica – f'_c (MPa)	Resistência Média – f'_{cr} (MPa)
Menor que 20,7 MPa	$f'_c + 6,89$
20,7 a 34,5 MPa	$f'_c + 8,27$
Maior que 34,5 MPa	$f'_c + 9,65$

4. EXEMPLO DE CÁLCULO DAS RESISTÊNCIAS CARACTERÍSTICAS

Suponha que tenha sido ensaiado um lote ($n = 57$) de corpos-de-prova cilíndricos de concreto à compressão e que tenham sido obtidos os valores de 24,5 MPa para a resistência média à compressão e de 3,12 MPa para o desvio padrão da amostragem. Pelo critério da NBR6118 (2003) teria-se:

$$f_{ck} = f_{cm} - 1,65.s$$

$$f_{ck} = 24,5 - 1,65.3,12$$

$$f_{ck} = 19,35 \text{ MPa}$$

Pelo critério do ACI-318 (1997) são necessárias duas verificações:

- Critério 1:

$$f'_{cr} = f'_c + 1,34.s$$

$$f'_c = f'_{cr} - 1,34.s$$

$$f'_c = 24,5 - 1,34.3,12 = 20,31 \text{ MPa}$$

- Critério 2:

$$f'_{cr} = f'_c + 2,33.s - 3,45$$

$$f'_c = f'_{cr} - 2,33.s + 3,45$$

$$f'_c = 24,5 - 2,33.3,12 + 3,45$$

$$f'_c = 20,67 \text{ MPa}$$

Como a resistência característica definida pelo ACI-318 (1997) corresponde ao maior valor obtido da aplicação dos critérios estabelecidos pelas equações (5) e (6), tem-se que $f'_c = 20,67$ MPa. No entanto, o ACI-318 (1997) estabelece que nenhum ensaio de resistência individual deve romper com valor inferior a $f'_c - 3,45$. Assim, tem-se que:

$$f'_c - 3,45 = 20,67 - 3,45 = 17,22 \text{ MPa}$$

Calculando a probabilidade de ruína para cada uma das normas tem-se os seguintes resultados, conforme ilustra a Tabela 4. Observa-se que os resultados confirmam o que já era esperado.

Tabela 4: Comparação das probabilidades de ruína entre a NBR6118 (2003) e o ACI-318 (1997)

NBR6118 (2003)	ACI-318 (1997)
$t = \frac{f_{cm} - f'_c}{s}$ $t = \frac{24,5 - 19,35}{3,12}$ $t = 1,65 \rightarrow P = 5\%$	$t = \frac{f_{cm} - f'_c}{s}$ $t = \frac{24,5 - 17,22}{3,12}$ $t = 2,33 \rightarrow P = 1\%$

Observa-se, portanto, que o ACI-318 (1997) possui um critério de distribuição estatística e um critério de controle de qualidade do concreto um pouco mais rígido do que aquele estabelecido pela NBR6118 (2003). Portanto, verifica-se que é inconcebível admitir que o valor de f_{ck} seja igual ao valor de f'_c , hipótese esta muitas vezes admitida.

Pode-se concluir através da Tabela 4 que para um concreto feito no Brasil ter a mesma resistência média de um concreto feito nos Estados Unidos com a mesma dosagem e com a mesma relação a/c o valor de f_{ck} deverá ser ligeiramente superior ao valor de f'_c .

A seguir, procura-se estabelecer relações que possibilitem relacionar de maneira imediata os parâmetros f'_c e f_{ck} . Para tanto, será considerado um universo amostral superior a 30 lotes, ou seja, $n > 30$.

5. RELAÇÃO ENTRE f'_c e f_{ck} PARA $n > 30$

Analizando as equações (5) e (6) do ACI-318 (1997) observa-se que elas serão iguais para um determinado valor do desvio padrão. Igualando estas equações pode-se obter qual é o valor deste desvio padrão:

$$f'_{cr} - 1,34.s = f'_{cr} - 2,33.s + 3,45$$

$$s = 3,48 \cong 3,5 \text{ MPa}$$

Dessa maneira, conforme já haviam verificado GIAMUSSO & VASCONCELOS (1993), para $s > 3,5$ MPa vale a expressão (5) enquanto que para $s < 3,5$ vale a expressão (6). Isolando f_{cm} e f'_{cr} nas equações (5), (6) e (4) pode-se obter expressões simples que relacionam f'_c com f_{ck} para $n > 30$ em função do desvio padrão.

Para $s > 3,5$ MPa:

$$f_{cm} = f_{ck} + 1,65.s \rightarrow \text{NBR6118 (2003)}$$

$$f'_{cr} = f'_c + 1,34.s \rightarrow \text{ACI-318 (1997)}$$

Igualando as expressões:

$$f_{ck} + 1,65.s = f'_c + 1,34.s$$

$$f'_c = f_{ck} + 0,31.s \quad (7)$$

No entanto, pelo critério limitante do ACI-318 (1997) tem-se que a resistência característica inferior deve ser $f'_c - 3,45$. Logo, pode-se estabelecer a equação que relaciona f'_c com f_{ck} para o caso de $n > 30$ e $s > 3,5$ MPa:

$$f'_c = f_{ck} + 0,31.s - 3,45 \quad (8)$$

Para $s < 3,5$ MPa:

$$f_{cm} = f_{ck} + 1,65.s \rightarrow \text{NBR6118 (2003)}$$

$$f'_{cr} = f'_c + 2,33.s - 3,45 \rightarrow \text{ACI-318 (1997)}$$

Igualando as expressões:

$$f_{ck} + 1,65.s = f'_c + 2,33.s - 3,45$$

$$f'_c = f_{ck} - 0,68.s + 3,45 \quad (9)$$

Novamente, pelo critério limitante do ACI-318 (1997) tem-se que a resistência característica inferior deve ser $f'_c - 3,45$. Logo, pode-se estabelecer a equação que relaciona f'_c com f_{ck} para o caso de $n > 30$ e $s < 3,5$ MPa:

$$f'_c = f_{ck} - 0,68.s \quad (10)$$

Como normalmente o desvio padrão situa-se entre 2,0 MPa e 3,0 MPa, independentemente do aumento da resistência à compressão do material, pode-se encontrar uma expressão genérica

relacionando a resistência característica da norma americana, f'_c , com a resistência característica da norma brasileira, f_{ck} .

$$f'_c = f_{ck} - 0,68.s \quad (10)$$

$$f'_c = f_{ck} - 0,68.3$$

$$f'_c = f_{ck} - 2,04 \quad (11)$$

A equação (11), dada em MPa, pode ser aplicada para relacionar f'_c com f_{ck} sempre que não existir um valor de desvio padrão obtido de ensaios experimentais e sempre que a produção do concreto for em massa, com controle rigoroso da umidade dos agregados e com equipe bem treinada, conforme recomendam HELENE & TERZIAN (1993).

Para concretos com desvio padrão superior a 3,5 MPa observa-se que a diferença entre f_k e f'_c tende a ser ainda mais acentuada. Para a estimativa de novas equações pode-se utilizar o valor de $s = 4,0$ MPa sempre que a produção for em volume e com controle rigoroso da umidade dos agregados e com equipe bem treinada e $s = 5,5$ MPa sempre que a produção for a volume e com equipe em fase de adaptação.

Observa-se que os valores indicados anteriormente são diferentes dos constantes na NBR6118 (2003) e foram sugeridos a partir da proposta de HELENE & TERZIAN (1993), pesquisadores com grande experiência no assunto.

6. EXEMPLOS DE APLICAÇÃO DAS EQUAÇÕES OBTIDAS

Visando exemplificar o uso das equações genéricas que relacionam a resistência característica da norma americana com a resistência característica da norma brasileira, são apresentados os exemplos a seguir.

Exemplo 1:

$n = 57$

Resistência Média = 24,5 MPa

$s = 3,12$ MPa < 3,5 MPa → Vale a equação (6)

a) Cálculo de f_{ck} :

$$f_{ck} = f_{cm} - 1,65.s$$

$$f_{ck} = 24,5 - 1,65.3,12$$

$$f_{ck} = 19,35 \text{ MPa}$$

b) Cálculo de f'_c :

$$f'_c = f_{ck} - 0,68.s$$

$$f'_c = 19,35 - 0,68.3,12$$

$$f'_c = 17,23 \text{ MPa}$$

Exemplo 2:

Uma estrutura foi projetada nos Estados Unidos com um f'_c de 30 MPa. Sabendo-se que a produção do concreto é em massa, com controle rigoroso da umidade dos agregados e com equipe bem treinada qual deve ser o f_{ck} a ser utilizado no Brasil para que as estruturas apresentem a mesma resistência média?

Como o concreto tem bom controle pode-se aplicar diretamente a equação (11) para se estabelecer a correspondência. Assim, tem-se que:

$$\begin{aligned}f'_c &= f_{ck} - 2,04 \\f_{ck} &= f'_c + 2,04 \\f_{ck} &= 30 + 2,04 \\f_{ck} &= 32,04 \text{ MPa}\end{aligned}$$

7. CONCLUSÕES

Conclui-se através do presente trabalho que a resistência característica do concreto à compressão estabelecida pelo ACI-318 (1997) é estatisticamente diferente da resistência característica estabelecida pela NBR6118 (2003) e que essa diferença tende a ser cada vez mais acentuada conforme se aumenta o desvio padrão.

Na norma americana se admite uma probabilidade de apenas 1% do universo amostral possuir resistência inferior à resistência característica. Na norma brasileira admite-se uma probabilidade de 5%, o que a torna evidentemente um pouco mais flexível do que a norma americana.

O trabalho vem a comprovar que é errônea a alternativa, muitas vezes adotada, de se tomar o valor de f'_c como sendo igual ao valor de f_{ck} para a realização de comparações entre ensaios experimentais ou dimensionamentos utilizando a norma americana. Observa-se que o valor de f_{ck} tende a ser maior que o valor f'_c , no mínimo em 2,04 MPa, para o caso em que exista um bom controle de qualidade do concreto.

Deve-se observar que GIAMUSSO & VASCONCELOS (1993) também procuraram relatar as diferenças entre as resistências características do ACI-318 (1997) e da NBR 6118 (2003), mas não definiram uma expressão simples que pudesse correlacionar esses dois parâmetros.

O desenvolvimento desse trabalho contribuiu de maneira significativa para que SOUZA & BITTENCOURT (2003) pudessem propor parâmetros de resistência efetiva para as escoras e regiões nodais do Modelo de Escoras e Tirantes. Tal modelo vêm ganhando nos últimos anos grande prestígio junto aos códigos internacionais, se constituindo em uma solução racional para a análise e dimensionamento de elementos especiais de concreto armado e protendido.

No entanto, como o material mais completo sobre o assunto, Apêndice A do ACI-318 (2002), tem toda a sua formulação em função de f'_c , achou-se conveniente encontrar a equivalência desta variável com o parâmetro f_{ck} , de maneira a possibilitar uma análise ajustada com a NBR6118 (2003).

O presente trabalho contribui para a realização de comparações entre resultados experimentais nacionais e americanos, bem como, possibilita uma rápida equivalência do parâmetro f'_c a partir do habitual f_{ck} , quando utilizando a norma americana para o dimensionamento de alguma estrutura de concreto armado.

Deve-se observar que a norma americana é uma fonte de consulta muito relevante nos casos das lajes cogumelo e das lajes lisas protendidas e, nesses casos, a equivalência proposta entre os parâmetros de resistência característica do concreto das duas normas se constitui em uma aproximação muito útil, que evita a hipótese precipitada e contra a segurança de que f'_c é igual f_{ck} .

8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. "ACI Manual of Concrete Practice, Part 3 - 1997", Farmington Hills, 1997.
- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. "Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-2002) and Commentary (ACI 318R-2002), APPENDIX A: Strut-And-Tie Models" . American Concrete Institute, Detroit, 2002.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. "NBR6118 – Projeto de Estruturas de Concreto - Procedimento", Rio de Janeiro, 2003.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICA. "NBR12655 - Preparo, Controle e Recebimento de Concreto", Rio de Janeiro, 1995.
- CERQUEIRA, F. C. C.. "Controle Estatístico da Resistência à Compressão do Concreto". Revista Tecnologia Fortaleza, n°21, pp.49-56, dez., Fortaleza, 2000.
- GIAMUSSO, S. E.; VASCONCELOS, A. C.. "Qual a diferença entre a f_k e a f'_c do ACI?". Revista Engenharia Mackenzie, n°498, São Paulo, 1993.
- HELENE, P. R.; TERZIAN, P.. "Manual de Dosagem e Controle do Concreto". Editora PINI, São Paulo, 1993.
- SOUZA, R. A.; BITTENCOURT, T. N.. "Parâmetros de Resistência Efetiva do Concreto Estrutural para a Análise e Dimensionamento Utilizando Modelos de Escoras e Tirantes". In: V Simpósio EPUSP Sobre as Estruturas de Concreto, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003.